

Johanna Erdmenger
Ingo Kirsch

Neue Zusammenhänge zwischen Quanten- und Relativitätstheorie

Die Nachwuchsgruppe zur theoretischen Physik
stellt sich vor

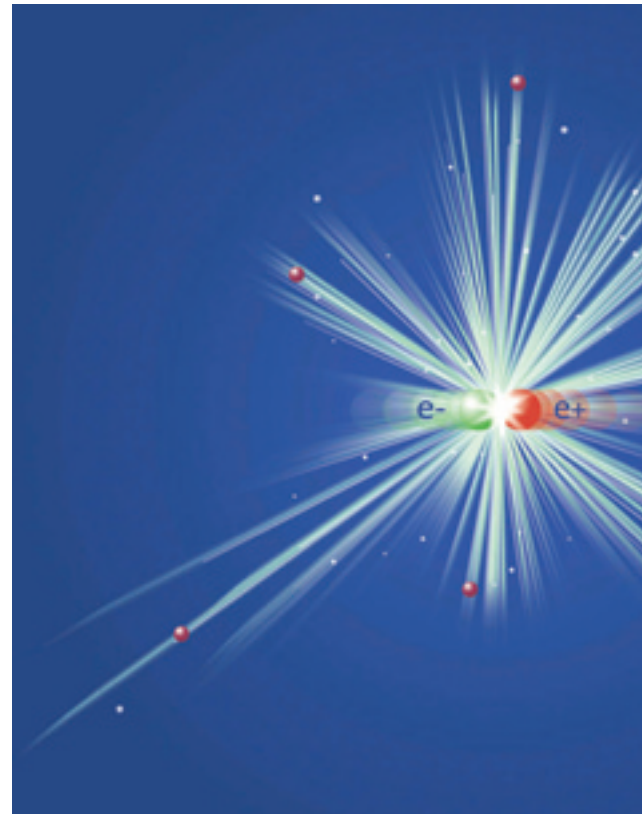
Seit September 2001 forscht die von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Emmy Noether-Programm geförderte Nachwuchsgruppe »Quantenfeldtheorie: Renormierung, konforme Korrelationsfunktionen und Anti-de Sitter-Hintergrund« am Institut für Physik an grundlegenden Fragestellungen der theoretischen Physik. Unter der Leitung von Dr. Johanna Erdmenger untersucht die Nachwuchsgruppe, wie mit Hilfe der Stringtheorie neue Beziehungen zwischen der Elementarteilchenphysik und der Relativitätstheorie hergestellt werden können. Dabei spielen Symmetriestrukturen, die die mathematischen Modelle vereinfachen, eine wichtige Rolle.

Vereinheitlichung der Wechselwirkungen

Die theoretische Physik beschreibt die Bausteine der Materie und die Kräfte, die zwischen ihnen wirken. Diese Kräfte bezeichnet man auch als Wechselwirkungen. Sie sorgen dafür, dass die Bausteine oder Teilchen sich anziehen oder abstoßen. Ein Beispiel für eine solche Wechselwirkung ist die elektromagnetische Kraft, die auf elektrisch geladene Teilchen wirkt. Weitere Kräfte sind die so genannte schwache und die starke Kernkraft, die für die Bindung der Atomkerne und für weitere subatomare Strukturen, wie z.B. die Quarks, eine wichtige Rolle spielen. Alle drei genannten Kräfte spielen in der Elementarteilchenphysik eine wichtige Rolle und lassen sich mit einer einheitlichen physikalischen Theorie beschreiben. Diese Theorie ist eine Quantentheorie, d.h. für die so beschriebenen Teilchen gibt es eine Wahrscheinlichkeitsinterpretation, die zu dem bekannten Welle-Teilchen-Dualismus führt.

Die vierte und letzte der bekannten Wechselwirkungen ist die Schwerkraft oder Gravitation. Sie bewirkt die Anziehung zwischen Massen und wird mit der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie beschrieben, nach der die Anziehung der Massen mit einer Krümmung des Raums gleichbedeutend ist. Die Relativitätstheorie ist keine Quantentheorie, sondern eine klassische Theorie, in der Ort und Geschwindigkeit der Teilchen für alle Zeiten gleichzeitig angegeben werden können.

Schon Einstein selbst benannte vor siebzig Jahren als fundamentale Aufgabe der Physik die Beschreibung aller vier fundamentalen Wechselwirkungen in einer einzigen vereinheitlichten Theorie. Diese Aufgabe ist bis heute nicht vollständig gelöst. Ein wesentliches Problem ist, dass sich die Relativitätstheorie – im Unterschied zur Theorie der drei übrigen Wechselwirkungen – nicht auf herkömmliche Weise als Quantentheorie schreiben lässt. Daher ist es schwierig, die Gravitation in die Theorie der drei übrigen Wechselwirkungen zu integrieren. Es hat in dieser Richtung jedoch schon wesentliche Fortschritte gegeben: Insbesondere ist die Stringtheorie ein möglicher Kandidat für eine vereinheitlichte Theorie.



Wechselwirkung von Materie

Schematische Darstellung der hochenergetischen Kollision eines Elektrons und eines Positrons. Beide zerstrahlen dabei zu reiner Energie, aus der neue Elementarteilchen entstehen können.

(Quelle: DESY, Hamburg)

Stringtheorie und Membranen

In der Stringtheorie wird das Problem der Quantisierung der Gravitation dadurch gelöst, dass die fundamentalen Teilchen nicht mehr wie in Quanten- und Relativitätstheorie als punktförmig angesehen werden, sondern eine Ausdehnung haben. Dies ist ein wichtiger Fortschritt im Hinblick auf die Vereinheitlichung der Wechselwirkungen. Zunächst wurden im Rahmen der Stringtheorie die Teilchen durch eindimensionale ausgedehnte Objekte beschrieben, also durch Fäden oder Saiten (»strings«), die in einer Raumrichtung ausgedehnt sind. Seit 1995 hat sich die Stringtheorie dahingehend weiterentwickelt, dass auch mehrdimensionale ausgedehnte Objekte, so genannte p-Branen, betrachtet werden. 0-Branen sind gewöhnliche Teilchen, 1-Branen sind eindimensionale Fäden, 2-Branen zweidimensionale Flächen, die auch Membranen genannt werden. Ebenso gibt es auch 3-Branen, 4-Branen, usw.

Auch wenn die Stringtheorie das Problem der Quantisierung der Gravitation prinzipiell löst, so bleiben noch viele Fragen zu erforschen. Einerseits lässt sich die Stringtheorie bisher nur unter Verwendung bestimmter Näherungsverfahren formulieren, andererseits muss noch geklärt werden, wie die Stringtheorie sowohl mit den eingangs erwähnten Quantentheorien der Elementarteilchenphysik als auch mit der Relativitätstheorie zusammenhängt. Die Stringtheorie beschreibt nämlich die Physik bei sehr hohen Energi-

en, so hoch, dass heute kaum denkbar ist, sie jemals im Experiment zu erreichen. Im Grenzfall niedrigerer, im Teilchenbeschleuniger erzeugbarer Energien jedoch, d.h. wenn die Auflösung so grob wird, dass die Fäden nur noch punktförmig erscheinen, muss die Stringtheorie in die heute bekannten Theorien der Quanten- und Relativitätstheorie übergehen. Dabei erwartet man, dass die Stringtheorie auf

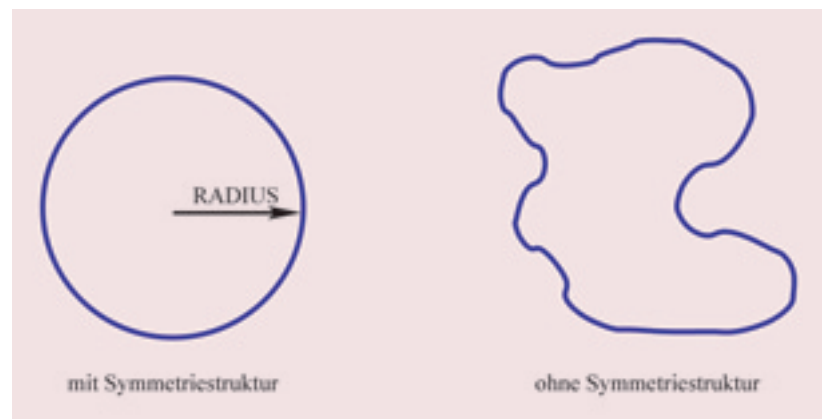
neue physikalische Phänomene in diesem Energiebereich hinweist und neue Beziehungen zwischen bisher unabhängigen Parametern herstellt. Aufgrund aktueller Forschungsergebnisse zeichnet sich ab, dass sowohl bei der exakten Formulierung der Stringtheorie bei hohen Energien als auch bei der Beantwortung der Frage nach dem niederenergetischen Grenzfall die Membrantheorie (kurz: M-Theorie) eine zentrale Rolle spielen wird.

Mit den Implikationen der Stringtheorie für niedrigere Energien beschäftigt sich auch die Nachwuchsgruppe am Institut für Physik. Um zu verstehen, wie sich aus der Stringtheorie neue Beschreibungen elementarteilchenphysikalischer Phänomene ergeben, werden zunächst Modelle der Quantentheorie betrachtet, die einfacher sind als die sehr komplexe vollständige Quantentheorie der Elementarteilchenphysik. Diese Vereinfachung wird durch einen sehr hohen Grad an Symmetrie erreicht.

Symmetrien

Die Ausnutzung von Symmetrien ist ganz allgemein eine wichtige Methode der theoretischen Physik. Wie dies funktioniert, ist in Abb. 1 dargestellt. Links sieht man einen Kreis, der Rotationssymmetrie besitzt, d.h. dreht man den Kreis um eine senkrechte Achse durch seinen Mittelpunkt, so bleibt die Lage des Kreises im Raum unverändert. Physiker sagen, der Kreis ist invariant unter Rotationen. Rechts ist zum Vergleich eine unsymmetrische geschlossene Kurve dargestellt, die insbesondere nicht rotationsinvariant ist. Schon an diesem Beispiel lässt sich die Vorgehensweise der theoretischen Physik verdeutlichen. Zuerst ist klar, dass die Ausnutzung vorhandener Symmetrien physikalische Theorien erheblich vereinfacht. Betrachten wir wieder Abb. 1: Der Kreis links lässt sich mit drei

Informationen vollständig bestimmen. Diese drei Informationen sind: 1. Es handelt sich um ein Objekt mit Rotationssymmetrie. 2. Die Lage des Mittelpunkts ist gegeben. 3. Die Länge des Radius ist gegeben. Im Vergleich dazu sind zur Beschreibung der geschlossenen Kurve rechts erheblich mehr Aussagen notwendig, da ohne Symmetriestruktur die Lage jedes Punktes auf der Kurve einzeln angegeben werden muss. Aus der Tatsache, dass zur Beschreibung von Objekten mit Symmetriestruktur weniger Informationen notwendig sind, folgt, dass die physikalischen Theorien zu ihrer Beschreibung einfacher und physikalische Größen leichter berechenbar sind. Die zweite Vorgehensweise der theoretischen Physik, die man an diesem Beispiel verdeutlichen kann, ist die Idealisierung. Die Natur ist im Allgemeinen zwar komplex, insbesondere durch die Überlagerung verschiedener physikalischer Phänomene. Dennoch ist es möglich, ein physikalisches System durch eine möglichst einfache physikalische Theorie zu beschreiben, indem man Störeffekte weglässt, die die Symmetriestruktur beeinträchtigen würden. In anderen Fällen kann es sein, dass die Störeffekte so groß sind, dass man sie nicht vernachlässigen kann. Selbst dann ist es sehr aufschlussreich, zu untersuchen, in welcher Weise die Symmetrie gebrochen ist.



Zur Benutzung von Symmetrien in der theoretischen Physik ist zusätzlich zu den im obigen Beispiel erläuterten Koordinatentransformationen noch ein weiterer Schritt notwendig. Der in Abb. 1 dargestellte Kreis ist ein Gebiet von Punkten (Koordinaten) im Raum. In der Physik möchte man nun nicht nur die Raumkoordinaten beschreiben, sondern vor allem Teilchen und Kräfte. Beide werden durch so genannte Felder beschrieben – daher auch das Forschungsgebiet Quantenfeldtheorie. Mathematisch betrachtet sind Felder Funktionen $f(x)$ der Raumkoordinaten x . Im Beispiel von Abb. 1 wurde oben eine Symmetrietransformation der Koordinaten x beschrieben. Von entscheidender Be-

Abb. 1
Rotationssymmetrie

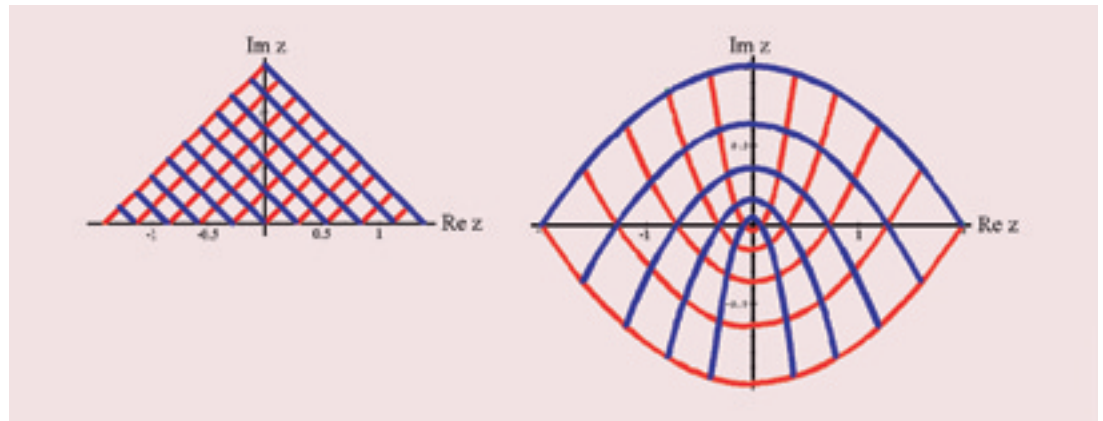


Abb. 2
Konforme Koordinatentransformation

deutung ist jedoch, wie sich das Feld f verändert, wenn die Koordinaten x transformiert werden. Insbesondere kann es sein, dass f beziehungsweise die aus f berechneten physikalischen Größen oder Observablen sich nicht verändern, obwohl die Koordinaten x sich unter der Symmetrietransformation sehr wohl verändern. Dieser interessante Fall wird als Invarianz der physikalischen Theorie unter Symmetrietransformationen bezeichnet.

Konforme Symmetrie

Bisher haben wir das einfache Beispiel der Rotations-symmetrie betrachtet. Es gibt jedoch viele verschiedene Symmetrietransformationen. Die Nachwuchsgruppe beschäftigt sich insbesondere mit der so genannten konformen Symmetrie. Bei einer konformen Koordinatentransformation kann sich nicht nur wie bei der Rotation die Lage eines Gebiets im Raum verändern, sondern auch seine Größe und Form, allerdings in einer ganz bestimmten Weise: An jedem einzelnen Punkt ist die Symmetrietransformation winkeltreu. Ein Beispiel für eine konforme Transformation ist in Abb. 2 zu sehen. Dort werden die Punkte innerhalb des Dreiecks links mit einer konformen Transformation auf die Fläche rechts abgebildet. Insbesondere wird der rechte Schenkel des Dreiecks, blau eingezeichnet, auf den oberen Rand der Fläche rechts, ebenfalls blau eingezeichnet, abgebildet. Ebenso wird der rote linke Schenkel des Dreiecks auf den unteren roten Rand der Fläche rechts abgebildet. Die übrigen roten und blauen Strecken im Inneren des Dreiecks links werden jeweils paarweise auf die roten und blauen Kurven im Inneren der Fläche rechts abgebildet. Gut zu erkennen ist, dass die geraden Strecken links durch die Abbildung zu Parabeln werden.

Äquivalenz von Quanten- und Relativitätstheorie

Konforme Feldtheorien sind Quantenfeldtheorien, in denen die Felder f und die physikalischen Observablen invariant unter konformen Transformationen der Koordinaten x sind. Sie lassen sich insbesondere im Zusammenhang mit den Fragestellungen der Vereinheitlichung der Wechselwirkungen und der Auswirkungen der Stringtheorie auf die Elementarteilchenphysik als Anschauungsbeispiele verwenden. Zwar beschreiben konforme Feldtheorien die Modelle der Elementarteilchenphysik nur in bestimmten Grenzfällen. Aufgrund ihrer lösbarer mathematischen Struktur lassen sich jedoch für diese Theorien Fragen klären, deren Beantwortung für realistische Modelle zunächst zu schwierig wäre. Die Strategie ist, die für konforme Feldtheorien gefundenen Ergebnisse anschließend auf die realistischen Modelle zu verallgemeinern.

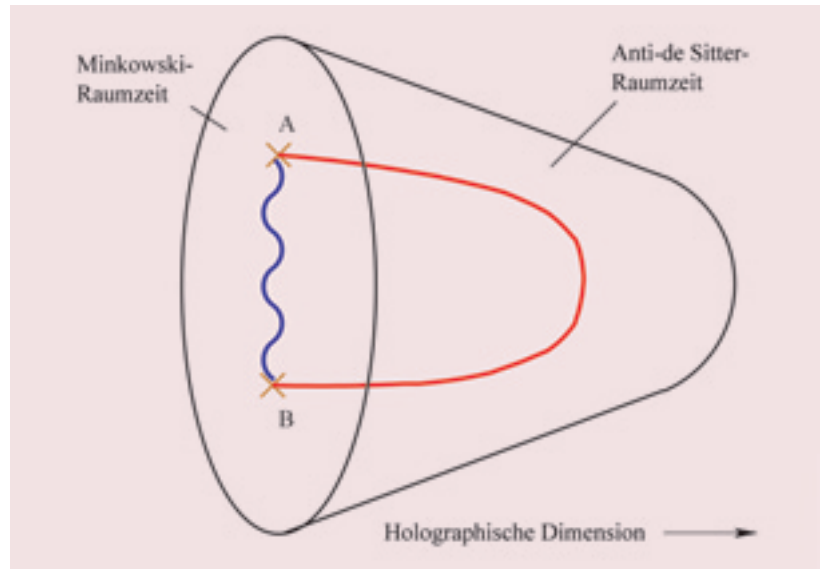
1997 wurde von dem in den USA forschenden argentinischen Physiker Juan Maldacena eine wichtige Äquivalenz zwischen einer konformen Quantenfeldtheorie und einer Gravitationstheorie, d.h. einem bestimmten Modell der Relativitätstheorie entdeckt. Diese als AdS/CFT-Korrespondenz bezeichnete Äquivalenz erhielt er aus der Untersuchung des niederenergetischen Grenzfalles eines Modells der Membrantheorie. »AdS« steht für den – nach dem niederländischen Physiker Willem de Sitter benannten – Anti-de Sitter-Raum, also für die Gravitationstheorie. »CFT« ist die Abkürzung für konforme Feldtheorie. Bemerkenswert ist an der AdS/CFT-Korrespondenz, dass erstmals ein Zusammenhang zwischen der Quantentheorie einerseits und der klassischen Relativitätstheorie andererseits hergestellt wird. In der AdS/CFT-Korrespondenz hat man damit zwei unterschiedliche Theorien, die dasselbe physikalische Phänomen beschreiben. Dies ermöglicht die Berechnung identischer physikalischer Observablen auf zwei unterschiedliche Weisen.

Ein wesentliches Merkmal der AdS/CFT-Korrespondenz ist, dass ein Modell der Quantentheorie in vier Raum-Zeit-Dimensionen und ein Modell der klassischen Relativitätstheorie in fünf Dimensionen, also in einer Dimension mehr, zueinander in Beziehung gesetzt werden. In Abb. 3 ist die AdS/CFT-Korrespondenz dargestellt. Man sieht eine zweidimensionale kreisförmige Fläche, die unsere vierdimensionale flache (nicht gekrümmte) Raumzeit symbolisiert. Diese wird als Minkowski-Raum bezeichnet. In diesem Raum laufen physikalische Prozesse nach den Gesetzen der Quantenphysik ab. Gleichzeitig ist diese Fläche der Rand eines gekrümmten Raums von hyperbolischer Form, der als Anti-de Sitter-Raum bezeichnet wird. In diesem Raum unterliegen physikalische Prozesse den Gesetzen der klassischen Relativitätstheorie. Der Raum der Relativitätstheorie hat eine Dimension mehr als der Raum der Quantentheorie. Diese zusätzliche Dimension wird als holographische Dimension bezeichnet, da die AdS/CFT-Korrespondenz einem Hologramm ähnelt, bei dem eine zweidimensionale Abbildung ein dreidimensionales Bild erzeugt. Ebenso sind bei der AdS/CFT-Korrespondenz der Informationsgehalt der vierdimensionalen und der fünfdimensionalen Theorie gleich. In Abb. 3 ist als physikalischer Prozess die Bewegung eines Teilchens von A nach B gezeigt, wobei die Punkte A und B im Minkowski-Raum und damit gleichzeitig auf dem Rand des Anti-de Sitter-Raums liegen. Das Teilchen wird in beiden Theorien durch ein Feld f beschrieben. Die AdS/CFT-Korrespondenz besagt, dass die Bewegung innerhalb des Minkowski-Raums, die nach den Gesetzen der Quantentheorie erfolgt und mit der blauen Schlangenlinie dargestellt ist, äquivalent ist zur klassischen Bewegung entlang der roten Kurve durch den Anti-de Sitter-Raum, die nach den Gesetzen der Relativitätstheorie erfolgt. In einigen Spezialfällen ist es sogar so, dass die beiden unterschiedlichen Beschreibungen der physikalischen Prozesse und Observablen auch numerisch exakt denselben Wert liefern.

Forschungsprojekt:

Erweiterungen und Verallgemeinerung

Die Forschungsprojekte der Nachwuchsgruppe zielen darauf ab, die AdS/CFT-Korrespondenz in verschiedener Hinsicht zu erweitern und zu verallgemeinern. Es wird daran geforscht, die Korrespondenz so zu erweitern, dass sie nicht nur für quantentheoretische Modelle mit konformer Symmetrie, sondern auch für die drei Wechselwirkungen der Elementarteilchenphysik gilt. Dazu muss insbesondere der Symmetriegehalt reduziert werden. Auf der quantentheoretischen Seite der Korrespondenz weicht man daher von den konformen Feldtheorien ab und wendet sich allgemeineren



Quantenfeldtheorien (QFT) zu, die denen der Elementarteilchenphysik verwandt sind. Dem entspricht auf der Relativitätstheorie-Seite der Korrespondenz, dass der hyperbolische Anti-de Sitter-Raum in Abb. 3 deformiert werden muss. Es wird folglich an einer »deformierten AdS/QFT«-Korrespondenz gearbeitet.

Abb. 3
AdS/CFT-Korrespondenz

Als weiteren Schritt in Hinblick auf die Elementarteilchenphysik hat die Nachwuchsgruppe kürzlich Ergebnisse veröffentlicht, mit denen sich mit der AdS/CFT-Korrespondenz in der Quantentheorie Quarks beschreiben lassen, die Bausteine der Protonen und Neutronen. Dazu werden p-Branen in den Anti-de Sitter-Raum gelegt.[1] Außerdem wird untersucht, inwieweit sich die AdS/CFT-Korrespondenz im Rahmen der Stringtheorie verstehen lässt – bisher ist diese Korrespondenz nur für den niederenergetischen Grenzfall der Stringtheorie formuliert. Mit den oben beschriebenen p-Bran-Modellen ist es der Nachwuchsgruppe gelungen, bestimmte Strukturen der M-Theorie zu beschreiben.[2]

Mit der Beantwortung dieser faszinierenden Fragen der Grundlagenforschung möchte die Nachwuchsgruppe zu einem besseren Verständnis der Materie und ihrer Wechselwirkungen beitragen. Es soll jedoch auch erwähnt werden, dass die dabei entwickelten Methoden, insbesondere die Verwendung der konformen Symmetrie,[3] auch in anderen Bereichen der Physik Anwendung finden können, zum Beispiel in der Festkörperphysik bei der Beschreibung magnetischer Systeme. Dies ist ein weiteres Beispiel dafür, dass die Grundlagenforschung ein wichtiger Motor der Forschung insgesamt ist.



Dr. Johanna Erdmenger

Jg. 1969, Studium der Physik an der Universität Hamburg, 1996 Promotion über Quantenfeldtheorie und konforme Symmetrie an der University of Cambridge, England; Postdoktorandin an der Universität Leipzig (1996–99) und am Massachusetts Institute of Technology in Cambridge/Massachusetts, USA (1999–2001); seit September 2001 Nachwuchsgruppenleiterin an der Humboldt-Universität zu Berlin.

Kontakt

Humboldt-Universität zu Berlin
 Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät I
 Institut für Physik
 Newtonstr. 15
 D-12489 Berlin-Adlershof
 Tel.: 030/2093-7934
 Fax: 030/2093-7631
 E-Mail: jke@physik.hu-berlin.de



Die Nachwuchsgruppe »Quantenfeldtheorie«

v.l.: Dr. Zachary Guralnik, Dipl.-Phys. Ingo Kirsch, Dr. James Babington, Dr. Johanna Erdmenger

Mitglieder der Emmy Noether-Nachwuchsgruppe »Quantenfeldtheorie«

- Dr. Johanna Erdmenger* (Leiterin)
- Dr. Zachary Guralnik* (zuvor am Massachusetts Institute of Technology, USA)
- Dipl.-Phys. Ingo Kirsch* (zuvor an der Universität Köln)
- Dr. James Babington* (Stipendiat der Alexander-v.-Humboldt-Stiftung, zuvor an der University of Southampton, England)

Aktuelle Forschungsprojekte der Nachwuchsgruppe

- Äquivalenz zwischen Quanten- und Gravitationstheorie (Erweiterungen der AdS/CFT-Korrespondenz)
- Mögliche Implikationen von String- und Membrantheorie für die Elementarteilchenphysik
- Konforme Symmetrie in der Quantenfeldtheorie: mathematische Grundlagen und physikalische Anwendungen

Schließlich ist hervorzuheben, dass die theoretische Physik ein Forschungsgebiet mit sehr ausgeprägter internationaler Zusammenarbeit ist. Forschergruppen aus der ganzen Welt arbeiten an verwandten Fragestellungen. Auch die Nachwuchsgruppe an der Humboldt-Universität zu Berlin arbeitet mit Forschern in den USA (am Massachusetts Institute of Technology in Cambridge/Massachusetts, an der University of Pennsylvania in Philadelphia und am Virginia Tech in Blacksburg) und in Grossbritannien (an den Universitäten in Southampton und in Cambridge) zusammen. Wissenschaftliche Kontakte bestehen zudem zu Universitäten in Belgien und in Italien.

Literatur

- [1] *N. Constable* (MIT) / *J. Erdmenger* / *Z. Guralnik* und *I. Kirsch* (HU Berlin): Intersecting D3-branes and Holography, 45 p., preprint <http://arxiv.org/abs/hep-th/0211222>, submitted to Physical Review D.
- [2] *Dies.:* (De)constructing intersecting M5-branes, 27 p., preprint <http://arxiv.org/abs/hep-th/0212136>, submitted to Physical Review D.
- [3] *J. Erdmenger* / *Z. Guralnik* und *I. Kirsch*: Four-dimensional superconformal theories with interacting boundaries or defects, Physical Review D 66 (2002) 025020.

Internet

<http://qft.physik.hu-berlin.de/~jke/research.html>